TEMA 4.- SISTEMAS DE COORDENADAS EN GEODESIA

EJERCICIO 4.1

las coordenadas del astro, expresadas según la referencia cartesiana son:

$$\left.\begin{array}{r} z = 30^o \\ A_a = 25^o \end{array}\right\} \qquad \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} sen\, z \quad sen\, A_a \\ sen\, z \quad cos\, A_a \\ cos\, z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} sen 30^o\, sen 25^o \\ sen 30^o\, cos\, 25^o \\ cos\, 30^o \end{pmatrix} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}2113091309 \\ 0{,}4531538935 \\ 0{,}8660254038 \end{pmatrix}}$$

EJERCICIO 4.2

$$A \begin{cases} \varphi = 40^o\ N \\ \lambda = 06^o\ W \\ h = 200m \end{cases} \qquad B \begin{cases} \varphi = 40^o\ N \\ \lambda = 03^o\ E \\ h = 200m \end{cases}$$

$$N_A = N_B = \frac{a}{w} = \frac{a}{\sqrt{1 - f(2-f)\, sen^2 \varphi}} = \left\{\begin{array}{l} a = 6.387.388 \\ f = 1/297 \\ \varphi_A = \varphi_B = 40^o \end{array}\right\} = \frac{6.378.388\ m}{\sqrt{1 - \frac{1}{297}\left(2 - \frac{1}{297}\right) sen^2\, 40^o}} = 6.387.264{,}947\ m$$

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N+h) cos\,\varphi\, cos\,\lambda \\ (N+h) cos\,\varphi\, sen\lambda \\ \left(N\left(1-e^2\right)+h\right) sen\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N+h) cos\,\varphi\, cos\,\lambda \\ (N+h) cos\,\varphi\, sen\lambda \\ \left(N\left(1-f(2-f)\right)+h\right) sen\varphi \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} (6.387.264{,}949 + 200)\, cos\, 40^o\, cos\, (-6^o) \\ (6.387.264{,}949 + 200)\, cos\, 40^o\, sen\, (-6^o) \\ \left(6.387.264{,}949\left(1 - \frac{1}{297}\left(2 - \frac{1}{297}\right)\right) + 200\right) sen\ 40^o \end{pmatrix} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{A = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.866.277{,}213\ m \\ -511.466{,}345\ m \\ 4.078.182{,}363\ m \end{pmatrix}}$$

$$B = \begin{pmatrix} (6.387.264{,}949 + 200)\, cos\, 40^o\, cos\, (3^o) \\ (6.387.264{,}949 + 200)\, cos\, 40^o\, sen\, (3^o) \\ \left(6.387.264{,}949\left(1 - \frac{1}{297}\left(2 - \frac{1}{297}\right)\right) + 200\right) sen\ 40^o \end{pmatrix} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{B = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4.866.277{,}229\ m \\ 256.084{,}127\ m \\ 4.078.182{,}363\ m \end{pmatrix}}$$

EJERCICIO 4.3

(2-6): $e^2 = f(2-f)$ (4-4): $\varphi = \arctan \dfrac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}}\left(1-e^2\dfrac{N}{N+h}\right)^{-1}$ (4-3): $h = \dfrac{\sqrt{X^2+Y^2}}{\cos\varphi} - N$

$a = 6.378.137$ $f = 0{,}003352810665$ $e^2 = 0{,}006694379990$ $1\text{-}e^2 = 0{,}993305620010$

con $\boldsymbol{h} = 0$ en (4-4): $\tan\varphi_1 = 0{,}93869507669725$ $\varphi_1 = 43^o\,11'\,19'',719392$ $N_1 = 6388160{,}5845517$
con (4-3): $h_1 = 219{,}260531$

con (4-4): $\tan\varphi_2 = 0{,}93869485956634$ $\varphi_2 = 43^o\,11'\,19'',695584$ $N_2 = 6388160{,}5820808$
con (4-3): $h_2 = 218{,}568359$

con (4-4): $\tan\varphi_3 = 0{,}93869486025177$ $\varphi_3 = 43^o\,11'\,19'',695660$ $N_3 = 6388160{,}5820886$
con (4-3): $h_3 = 218{,}573015$

con (4-4): $\tan\varphi_4 = 0{,}93869486024716$ $\varphi_4 = 43^o\,11'\,19'',695659$ $N_4 = 6388160{,}5820885$
con (4-3): $h_4 = 218{,}572993$

Las *latitudes* φ_3 y φ_4 se diferencian en menos de una cienmilésima, por tanto, la *latitud* buscada será:

$$\boxed{\varphi = 43^o\,28'\,19''_{,}69566\ N}$$

Las alturas h_4 y h_3 se diferencian en menos de un milímetro, por tanto, la altura buscada será:

$$\boxed{h = 218{,}573\ m}$$

El cálculo de la *longitud* es inmediato mediante la expresión (4-5), obteniéndose hacia el *W* por ser la coordenada ***Y*** negativa:

con (4-5): $\lambda = \arctan\dfrac{Y}{X}$ $\lambda = -8{,}48089522471746$ $\boxed{\lambda = 8^o\,28'\,51''_{,}22281\ W}$

EJERCICIO 4.4

(2-6): $e^2 = f(2-f)$ (4-4): $\varphi = \arctan \dfrac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2}}\left(1-e^2\dfrac{N}{N+h}\right)^{-1}$ (4-3): $h = \dfrac{\sqrt{X^2+Y^2}}{\cos\varphi} - N$

$a = 6.378.388$ $f = 0{,}003367003367$ $e^2 = 0{,}006722670022$ $1\text{-}e^2 = 0{,}993277329978$

con $\boldsymbol{h} = 0$ en (4-4): $\tan\varphi_1 = 0{,}93873073239634$ $\varphi_1 = 43^o\,11'\,23'',628911$ $N_1 = 6388454{,}8475366$
con (4-3): $h_1 = 123{,}583155$

con (4-4): $\tan\varphi_2 = 0{,}93873060949197$ $\varphi_2 = 43^o\,11'\,23'',615435$ $N_2 = 6388454{,}8461320$
con (4-3): $h_2 = 123{,}191347$

con (4-4): $\tan \varphi_3 = 0,93873060988162$ $\varphi_3 = 43^o\, 11'\, 23'',615478$ $N_3 = 6388454,8461365$
con (4-3): $h_3 = 123,193993$

con (4-4): $\tan \varphi_4 = 0,93873060987899$ $\varphi_4 = 43^o\, 11'\, 23'',615478$ $N_4 = 6388454,8461364$
con (4-3): $h_4 = 123,193981$

Las *latitudes* φ_3 y φ_4 se diferencian en menos de una cienmilésima, por tanto, la *latitud* buscada será:

$$\boxed{\varphi = 43^o\, 28'\, 23'',61548\ N}$$

Las alturas h_4 y h_3 se diferencian en menos de un milímetro, por tanto, la altura buscada será:

$$\boxed{h = 123,194\ m}$$

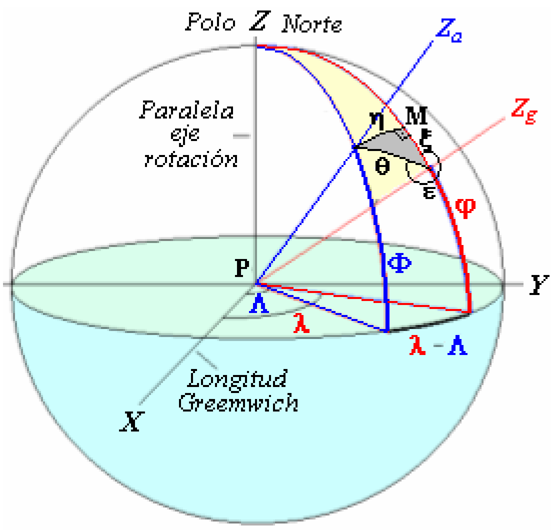
El cálculo de la *longitud* es inmediato mediante la expresión (4-5), obteniéndose hacia el *W* por ser la coordenada ***Y*** negativa:

con (4-5): $\lambda = \arctan \frac{Y}{X}$ $\lambda = -8,47941360264724$ $\boxed{\lambda = 8^o\, 28'\, 45'',88897\ W}$

EJERCICIO 4.5

$$Coordenadas\ geodésicas \begin{cases} \varphi = 36^o 53' 24,586''\ N \\ \lambda = 02^o 23' 17,481''\ W \end{cases} \qquad Coordenadas\ astronómicas \begin{cases} \Phi = 36^o 53' 25,095''\ N \\ \Lambda = 02^o 23' 18,631''\ W \end{cases}$$

Por la situación relativa de ***Za*** respecto ***Zg*** a se deducen los siguientes signos para η y ξ:



De acuerdo al convenio de signos (pag. 84) han de ser:

$$\eta \rightarrow negativo$$
$$\xi \rightarrow positivo$$

La primera componente η de la desviación de la vertical tiene como valor:

$$\eta = \Delta\lambda \cos \Phi = \begin{Bmatrix} \Delta\lambda = 1'',15 \\ \Phi = 36^o\, 53'\, 25'',095 \end{Bmatrix}$$

$$\eta = 0,000004459 \quad rad$$

$$\boxed{\eta = -0'',91975}$$

La segunda componente ξ de la desviación de la vertical tiene como valor:

$$\xi = \Delta\varphi = \{\Delta\varphi = \Phi - \varphi\} = 0{,}000002468 \quad rad \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\xi = +0''_{,}509}$$

Para calcular el valor del ángulo de la desviación de la vertical se empleará la siguiente expresión que emplea sus componentes ya calculadas:

$$\theta = \sqrt{\eta^2 + \xi^2} = \sqrt{0{,}000004459^2 + 0{,}000002468^2} = 0{,}000005096 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\theta = 1''_{,}05120}$$

EJERCICIO 4.6

Se pide calcular el ángulo **ε** y la diferencia ***A***$\boldsymbol{A_{GL}}$-$\boldsymbol{A_G}$, para lo que se dan como datos $\boldsymbol{A_A}$ *= 275º 46' 39,78"* y $\boldsymbol{A_G}$ *= 275º 461 39,80"*.

Para calcular el valor del acimut geodésico **ε** del plano en el que se mide el ángulo de la desviación de la vertical se empleará la expresión (4-17) y se tendrá en cuenta el convenio de signos de la pag. 84:

(4-17) $$\varepsilon = arctan\frac{\eta}{\xi} = arctan\frac{-0{,}000004459}{0{,}000002468} = -1{,}065339815 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{\varepsilon = 298^o\ 57'\ 37''_{,}89}$$

Para calcular el *acimut geodésico de Laplace* $\boldsymbol{A_{GL}}$ se empleará la expresión (4-24):

(4-24) $$A_{GL} = A_A - (\Lambda - \lambda)\ sen\Phi = 275^o\ 46'\ 39''_{,}78 - \left(1''_{,}15\right)sen\left(36^o\ 53'\ 25''_{,}095\right) = 275^o\ 46'\ 39''_{,}09$$

este acimut es el que debe compararse con el $\boldsymbol{A_G}$ calculado a través de los datos obtenidos mediante la triangulación:

$$Desorientación = A_{GL} - A_A = 275^o\ 46'\ 39''_{,}09 - 275^o\ 46'\ 39''_{,}80 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{Desorientación = -00''_{,}71}$$