TEMA 8.- REDUCCIÓN DE OBSERVACIONES AL ELIPSOIDE

EJERCICIO 8.1

$$p = 760{,}4\ mm\ Hg \qquad t = 26^o\ C \qquad t' = 20{,}5^o\ C \qquad n_s = 1{,}000292 \qquad d = 7432{,}568\ m$$

En la página 189 del libro se dan las siguientes fórmulas que determinan la *temperatura de saturación de vapor* ***e'*** y la *temperatura de presión de vapor* ***e***, previas a la aplicación de la (8-2) que da el *índice de refracción* ***n*** en la zona de medida, :

$$log\ e' = 26{,}12612 - \frac{3049{,}50}{t'+273{,}15} - 5{,}8697 \cdot log\left(t'+273{,}15\right) = 26{,}12612 - \frac{3049{,}50}{20{,}5+273{,}15} - 5{,}8697 \cdot log\left(20{,}5+273{,}15\right)$$

$$log\ e' = 1{,}25589 \qquad \Rightarrow \qquad e' = 18{,}02561^o\ C$$

$$e = e' - 0{,}00066 \cdot \left[1 + 0{,}0015 \cdot t' \cdot p \cdot \left(t - t'\right) \right] = 18{,}02561 - 0{,}00066 \cdot \left[1 + 0{,}0015 \cdot 20{,}5 \cdot 760{,}4 \cdot \left(26 - 20{,}5\right)\right]$$

$$e = 17{,}94^o\ C$$

(8-2)
$$n = 1 + \left[\frac{103{,}49 \cdot \left(p - e\right)}{t + 273{,}15} + \frac{86{,}26 \cdot e}{t + 273{,}15}\left(1 + \frac{5748}{t + 273{,}15}\right)\right] \cdot 10^{-6}$$

$$n = 1 + \left[\frac{103{,}49 \cdot \left(760{,}4 - 17{,}94\right)}{26 + 273{,}15} + \frac{86{,}26 \cdot 17{,}94}{26 + 273{,}15}\left(1 + \frac{5748}{26 + 273{,}15}\right)\right] \cdot 10^{-6} = 1 + \left[256{,}8517 + 104{,}5694\right] \cdot 10^{-6}$$

$$n = 1{,}000361$$

(8-1)
$$C_m = d\ \left(n_s - n\right) = 7432{,}568 \cdot \left(1{,}000292 - 1{,}000361\right)$$

$$\boxed{C_m = -0{,}516\ m}$$

EJERCICIO 8.2

Lo primero que se debe hacer es dar las distancias cenitales en grados sexagesiamales:

$$\left.\begin{array}{ccc} 100 & \rightarrow & 90 \\ 97 & \rightarrow & X \end{array}\right\} \qquad X = \frac{97 \cdot 90}{100} \qquad \Rightarrow \qquad Z_{PA} = 87{,}3^o$$

$$\left.\begin{array}{lll} 100 & \rightarrow & 90 \\ 102 & \rightarrow & X \end{array}\right\} \qquad X = \frac{102 \cdot 90}{100} \qquad \Rightarrow \qquad Z_{PB} = 91{,}8^{o}$$

Por aplicación de la fórmula (8-3) de la página 190 se puede calcular los desniveles pedidos entre P y A y entre P y B:

(8-3) $$h_B - h_A = \Delta h = D_I \cos Z - (m - i)$$

$$\Delta h_{PA} = D_{PA} \cos Z_{PA} - (m_A - i) = 3557{,}283 \ \cos 87{,}3 - (1{,}80 - 1{,}65)$$

$$\boxed{\Delta h_{PA} = 167{,}42 \ m}$$

$$\Delta h_{PB} = D_{PB} \cos Z_{PB} - (m_B - i) = 2477{,}616 \ \cos 91{,}8 - (1{,}75 - 1{,}65)$$

$$\boxed{\Delta h_{PA} = -77{,}92 \ m}$$

Para el cálculo de la distancia horizontal se empleará la fórmula de la página 191 del libro:

$$D_H = D_I \ senZ$$

$$PA \quad \rightarrow \quad D_{HPA} = D_{IPA} \cdot sen\, Z_{PA} = 3557{,}283 \cdot sen\ 87{,}3 \quad \longrightarrow \quad \boxed{D_{HPA} = 3553{,}334 \ m}$$

$$PB \quad \rightarrow \quad D_{HPB} = D_{IPB} \cdot sen\, Z_{PB} = 2477{,}616 \cdot sen\ 91{,}8 \quad \longrightarrow \quad \boxed{D_{HPB} = 2476{,}393 \ m}$$

EJERCICIO 8.3

Lo primero que se ha de calcular es el *radio de curvatura medio* $\boldsymbol{R_M}$ para la zona de observación en latitud 36º,5 y sobre datum ED50, mediante la expresión (2-35), y para ello, previamente han de calcularse la *gran normal* $\boldsymbol{N}$ y el *radio de curvatura* $\boldsymbol{\rho}$ de la elipse meridiana:

(2-13) $$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 sen^2 \varphi}} = \frac{6378388}{\sqrt{1 - 0{,}00672267 \cdot sen^2\, 36{,}5}} = 6.385.987{,}299 \ m$$

(2-20) $$\rho = \frac{a\left(1 - e^2\right)}{w^3} = \frac{6378388 \cdot (1 - 0{,}00672267)}{\left(\sqrt{1 - 0{,}00672267 \cdot sen^2\, 36{,}5}\right)^3} = 6.358.179{,}286 \ m$$

(2-35) $$R_M = \sqrt{N\,\rho} = \sqrt{6.385.987{,}299 \cdot 6.358.179{,}286} = 6.372.068{,}394 \ m$$

Para el cálculo del *coeficiente de refracción* ***K*** se empleará la fórmula (8-11) para el caso de cenitales dadas en grados centesimales:

(8-11)
$$K = \frac{1}{2} + \frac{R_M}{2D}\left[200 - \left(Z_A + Z_B\right)\right]\frac{\pi}{200} = \frac{1}{2} + \frac{6372068{,}394}{2 \cdot 6940{,}17}\left[200 - \left(99{,}9935 + 100{,}0763\right)\right]\frac{\pi}{200}$$

$$K = 0{,}5 - 0{,}50333325 \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{K = -\,0{,}0033}$$

Para el cálculo de *corrección por refracción* ***r*** se empleará la (8-7):

(8-7)
$$r = \frac{D_I^2}{R_M}K = \frac{6940{,}17^2}{6372068{,}394}\left(-0{,}0033\right) \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{r = -0{,}025\ m}$$

Para el cálculo de la *corrección por esfericidad* ***e*** se empleará la (8-4):

(8-4)
$$e = \frac{D_I^2}{2R_M} = \frac{6940{,}17^2}{2 \cdot 6372068{,}394} \qquad \Rightarrow \qquad \boxed{e = 3{,}779\ m}$$

EJERCICIO 8.4

Se calcula el *radio de curvatura medio* $\boldsymbol{R_M}$ para la zona de observación en latitud 38º,5 y sobre datum ED50, mediante la expresión (2-35), y para ello, previamente han de calcularse la *gran normal* ***N*** y el *radio de curvatura* $\boldsymbol{\rho}$ de la elipse meridiana:

(2-13)
$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 sen^2 \varphi}} = \frac{6378388}{\sqrt{1 - 0{,}00672267 \cdot sen^2\, 38{,}5}} = 6.386.712{,}755\ m$$

(2-20)
$$\rho = \frac{a\left(1 - e^2\right)}{w^3} = \frac{6378388 \cdot \left(1 - 0{,}00672267\right)}{\left(\sqrt{1 - 0{,}00672267 \cdot sen^2\, 38{,}5}\right)^3} = 6.360.346{,}963\ m$$

(2-35)
$$R_M = \sqrt{N\,\rho} = \sqrt{6.386.712{,}755 \cdot 6.360.346{,}963} = 6.373.516{,}225\ m$$

Teniendo en cuenta los desniveles calculados en el ejercicio 8.2 y la fórmula (8-13) en la que interviene la *corrección conjunta por esfericidad y refracción* (*e-r*) se tiene:

(8-13)
$$\Delta h_{PA} = D_{PA}\cos Z_{PA} - \left(m_A - i\right) + 0{,}42\,\frac{{D_{PA}}^2}{R_M}$$

$$\Delta h_{PA} = 167{,}42 + 0{,}42\,\frac{3557{,}283^2}{6373516{,}225} = 167{,}42 + 0{,}83$$

$$\boxed{\Delta h_{PA} = 168{,}25\ m}$$

(8-13) $$\Delta h_{PB} = D_{PB}\cos Z_{PB} - (m_B - i) + 0{,}42\,\frac{D_{PB}{}^2}{R_M}$$

$$\Delta h_{PB} = -77{,}92 + 0{,}42\,\frac{2477{,}616^2}{6373516{,}225} = -77{,}92 + 0{,}40$$

$$\boxed{\Delta h_{PB} = -77{,}51\ m}$$

EJERCICIO 8.5

El *radio medio* ***R*** es el mismo que el calculado para el ejercicio 8.3:

$$R_M = \sqrt{N\,\rho} = 6.372.068{,}394\ m$$

Pasamos la *distancia cenital* $\boldsymbol{Z_{PA}}$ de grados centesimales a grados sexagesiamales:

$$\left.\begin{array}{l} 100 \rightarrow 90 \\ 99{,}6378 \rightarrow X \end{array}\right\} \qquad X = \frac{99{,}6378 \cdot 90}{100} \qquad \Rightarrow \qquad Z_{PA} = 89{,}67402^o$$

Se emplea la fórmula (8-13) para el cálculo del desnivel entre P y A:

(8-13) $$\Delta h_{PA} = D_{PA}\cos Z_{PA} - (m_A - i) + 0{,}42\,\frac{D_{PA}{}^2}{R_M}$$

$$\Delta h_{PA} = 2628{,}583 \cdot \cos 89{,}67402 - (2{,}10 - 1{,}65 + 0{,}42)\frac{2628{,}583^2}{6372068{,}394}$$

$$\boxed{\Delta h_{PA} = 14{,}96\ m}$$

Para el cálculo de la distancia $\boldsymbol{D_2}$ de la cuerda entre P y A se empleará la fórmula (8-16) en la que necesitamos conocer la altura $\boldsymbol{h_A}$ del punto A:

$$h_A = h_P + \Delta h_{PA} = 64{,}32 + 14{,}96 = 79{,}28\ m$$

(8-16) $$D_2 = \sqrt{\frac{D_1^2 - \Delta h_{PA}{}^2}{\left(1 + \frac{h_P}{R_M}\right)\left(1 + \frac{h_A}{R_M}\right)}} = \sqrt{\frac{2628{,}583^2 - 14{,}96^2}{\left(1 + \frac{64{,}32}{6372068{,}394}\right)\left(1 + \frac{79{,}28}{6372068{,}394}\right)}}$$

$$\boxed{D_2 = 2628{,}511\ m}$$

EJERCICIO 8.6

Para el cálculo de la distancia horizontal se empleará la fórmula de la página 191 del libro:

$$D_H = D_1\ senZ$$

$$PA \quad \rightarrow \quad D_{HPA} = D_{1PA} \cdot sen\ Z_{PA} = 2628{,}583 \cdot sen\ 89{,}67402 \quad \longrightarrow \quad \boxed{D_{HPA} = 2628{,}540\ m}$$

Para la reducción de la cuerda $\boldsymbol{D_2}$ al arco $\boldsymbol{s}$ que da la distancia sobre el elipsoide se emplea la fórmula (8-18):

(8-18) $$s = D_2 + Ca \qquad \text{siendo:} \qquad Ca = \frac{D_2^3}{24R_M^2}$$

$$s = D_2 + Ca = D_2 + \frac{D_2^3}{24R_M^2} = 2628{,}511 + \frac{2628{,}511^3}{24 \cdot 6372068{,}394^2} = 2628{,}511 + 0{,}000186$$

$$\boxed{s = 2628{,}511\ m}$$