

FORMULARIO

Este formulario no incluye todas las fórmulas contenidas en este texto, ya que algunas de ellas son de difícil interpretación fuera de su contexto, sobre todo sin la ayuda del gráfico correspondiente. Aparecen, aquí por tanto, aquellas de interpretación directa. En páginas anteriores se relaciona la nomenclatura empleada en estas fórmulas.

(2-1) Ecuación de la elipse: 
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

(2-2) Ecuación del elipsoide de revolución respecto al eje Z: 
$$\frac{x^2 + y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$$

(2-3) Aplanamiento del elipsoide: 
$$f = \frac{a-b}{a}$$

(2-4) Primera excentricidad del elipsoide: 
$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$
 
$$1 - e^2 = \frac{b^2}{a^2}$$
 
$$e^2 = f(2-f)$$

(2-5) Segunda excentricidad del elipsoide: 
$$e' = \frac{c}{b} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$$
 
$$1 + e'^2 = \frac{a^2}{b^2}$$

(2-6) Relación entre las dos excentricidades: 
$$e^2 = \frac{e'^2}{1 + e'^2}$$
 
$$e'^2 = \frac{e^2}{1 - e^2}$$

Elipsoide Internacional:  $a = 6.378.388 \text{ m}$   $f = 1/297$   
 Elipsoide WGS84:  $a = 6.378.137 \text{ m}$   $f = 1/298.257223563$

(2-10) Relación entre la latitud geodésica  $\varphi$  y la latitud geocéntrica  $\omega$ : 
$$\tan \omega = (1 - e^2) \tan \varphi$$

(2-11) Relación existente entre la latitud geodésica  $\varphi$  y la latitud reducida  $\beta$ : 
$$\tan \varphi = \frac{a}{b} \tan \beta$$

Primera función fundamental, o función  $w$ : 
$$w^2 = 1 - e^2 \sen^2 \varphi$$

(2-13) Gran Normal: 
$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sen^2 \varphi}}$$
 
$$N = \frac{a}{w}$$

(2-20) Radio de curvatura de la elipse meridiana: 
$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{w^3}$$

Radio de curvatura del vertical primario: 
$$\rho_N = N$$

(2-33) Radio de curvatura de una sección normal en un acimut cualquiera: 
$$R_\alpha = \frac{N \rho}{\rho \sen^2 \alpha + N \cos^2 \alpha}$$

(2-35) Radio de curvatura medio: 
$$R = \sqrt{N \rho}$$

(2-36) Longitud del arco de paralelo:

$$S_p = N \cos \varphi \Delta\lambda$$

(2-44) Longitud del arco de meridiano:

$$S_m = \rho_m \Delta\varphi \left[ 1 + \frac{e^2}{8} \Delta\varphi^2 \cos 2\varphi_M \right]$$

(2-45) Longitud del arco de meridiano, con mayor precisión:

$$S_m = a (1 - e^2) \left[ C_0 \varphi - \frac{C_2}{2} \operatorname{sen} 2\varphi + \frac{C_4}{4} \operatorname{sen} 4\varphi - \frac{C_6}{6} \operatorname{sen} 6\varphi + \frac{C_8}{8} \operatorname{sen} 8\varphi - \dots \right]$$

$$\begin{aligned} C_0 &= 1 + \frac{3}{4}e^2 + \frac{45}{64}e^4 + \frac{175}{256}e^6 + \frac{11025}{16384}e^8 + \dots \\ C_2 &= \frac{3}{4}e^2 + \frac{15}{16}e^4 + \frac{525}{512}e^6 + \frac{2205}{2048}e^8 + \dots \\ C_4 &= \frac{15}{64}e^4 + \frac{105}{256}e^6 + \frac{2205}{4096}e^8 + \dots \\ C_6 &= \frac{35}{512}e^6 + \frac{315}{2048}e^8 + \dots \\ C_8 &= \frac{315}{16384}e^8 + \dots \end{aligned}$$

Longitud meridiana entre dos puntos de latitudes  $\varphi_1$  y  $\varphi_2$ :

$$\Delta S = a (1 - e^2) \left[ C_0 \Delta\varphi - \frac{C_2}{2} \Delta(\operatorname{sen} 2\varphi) + \frac{C_4}{4} \Delta(\operatorname{sen} 4\varphi) - \frac{C_6}{6} \Delta(\operatorname{sen} 6\varphi) + \frac{C_8}{8} \Delta(\operatorname{sen} 8\varphi) - \dots \right]$$

(2-46) Convergencia de meridianos:

$$\Delta Z = (Z_{BA} - Z_{AB}) - 180^\circ$$

(2-52) Fórmula de Clairaut:

$$N_1 \cos \varphi_1 \cdot \operatorname{sen} Z_1 = N_2 \cos \varphi_2 \cdot \operatorname{sen} Z_2 = \dots = N_n \cos \varphi_n \cdot \operatorname{sen} Z_n = Cte$$

(2-54) Fórmula de Clairaut:

$$\cos \beta_1 \cdot \operatorname{sen} Z_1 = \cos \beta_2 \cdot \operatorname{sen} Z_2 = \dots = \cos \beta_n \cdot \operatorname{sen} Z_n = Cte$$

Potencial gravitatorio terrestre:

$$V = G \frac{M}{r}$$

Potencial centrífugo:

$$\Phi = \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$$

(3-3) Gravedad:

$$\vec{g} = -G \frac{M}{r^3} \vec{r} + \omega^2 \vec{p}$$

(3-4) Potencial de la gravedad:

$$U = V + \Phi = G \frac{M}{r} + \frac{1}{2} \omega^2 (x^2 + y^2)$$

(3-9) Fórmula de Cassini

$$\gamma_0 = 978,049 \left( 1 + 0,0052884 \operatorname{sen}^2 \varphi - 0,0000059 \operatorname{sen}^2 2\varphi \right) \text{ gal}$$

(3-10)

$$\gamma_h = \gamma_0 - (0,30877 - 0,00045 \operatorname{sen}^2 \varphi) h + 0,000072 h^2 \text{ gal}$$

Relación entre altura elipsoidal, ortométrica y ondulación:

$$h = H + N$$

Número geopotencial:

$$C = W_0 - W_A$$

(4-2) Coordenadas cartesianas geocéntricas:

$$A = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (N+h)\cos\varphi\cos\lambda \\ (N+h)\cos\varphi\operatorname{sen}\lambda \\ (N(1-e^2)+h)\operatorname{sen}\varphi \end{pmatrix}$$

(4-5) Coordenadas elipsoidales:

$$\lambda = \arctan \frac{Y}{X}$$

(4-3)

$$h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos\varphi} - N$$

(4-4)

$$\varphi = \arctan \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \left( 1 - e^2 \frac{N}{N+h} \right)^{-1}$$

(4-7) Coordenadas locales del punto **B** en función de las generales de **B** y **A**:

$$\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\operatorname{sen}\lambda & \cos\lambda & 0 \\ -\operatorname{sen}\varphi\cos\lambda & -\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\lambda & 0 \\ \cos\varphi\cos\lambda & \cos\varphi\operatorname{sen}\lambda & \operatorname{sen}\varphi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \\ Z_B - Z_A \end{pmatrix}$$

(4-8) Coordenadas generales de **B** en función de las generales de **A** y locales de **B**:

$$\begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} -\operatorname{sen}\lambda & -\operatorname{sen}\varphi\cos\lambda & \cos\varphi\cos\lambda \\ \cos\lambda & -\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\lambda & \cos\varphi\operatorname{sen}\lambda \\ 0 & \cos\varphi & \operatorname{sen}\varphi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix}$$

(4-10) Coordenadas generales de **B** en el triedro local de las direcciones principales:

$$\begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} -\operatorname{sen}\varphi\cos\lambda & -\operatorname{sen}\lambda & -\cos\varphi\cos\lambda \\ -\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\lambda & \cos\lambda & -\cos\varphi\operatorname{sen}\lambda \\ \cos\varphi & 0 & -\operatorname{sen}\varphi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix}$$

(4-11) Coordenadas locales de **B** en el triedro local de las direcciones principales:

$$\begin{pmatrix} x_B \\ y_B \\ z_B \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -\operatorname{sen}\varphi\cos\lambda & -\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\lambda & \cos\varphi \\ -\operatorname{sen}\lambda & \cos\lambda & 0 \\ -\cos\lambda\cos\varphi & -\cos\varphi\operatorname{sen}\lambda & -\operatorname{sen}\varphi \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_B - X_A \\ Y_B - Y_A \\ Z_B - Z_A \end{pmatrix}$$

(4-23) Ecuación de Laplace:

$$A_A - A_G = (A - \lambda) \operatorname{sen}\Phi$$

(4-24) Acimut geodésico de Laplace:

$$A_{GL} = A_A - (A - \lambda) \operatorname{sen}\Phi$$

Tensor de giro:

$$R \cdot \vec{v} = R_z(e_z) \cdot R_y(e_y) \cdot R_x(e_x) \cdot \vec{v} = \begin{bmatrix} \cos e_z & \operatorname{sen} e_z & 0 \\ -\operatorname{sen} e_z & \cos e_z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos e_y & 0 & -\operatorname{sen} e_y \\ 0 & 1 & 0 \\ \operatorname{sen} e_y & 0 & \cos e_y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos e_x & \operatorname{sen} e_x \\ 0 & -\operatorname{sen} e_x & \cos e_x \end{bmatrix} \cdot \vec{v}$$

(5-1) Exceso esférico:

$$\varepsilon^o = A + B + C - 180^o$$

$$\varepsilon^r = \varepsilon^o \frac{\pi}{180^o}$$

$$\varepsilon'' = \varepsilon^r \frac{648000}{\pi}$$

(5-2) Exceso esférico en función del área del triángulo:  $\varepsilon^o = A + B + C - 180^o = \frac{180}{\pi} \frac{T}{R^2}$   $\varepsilon^r = \frac{T}{R^2}$   $\varepsilon'' = \frac{648000 \cdot T}{\pi R^2}$

(5-3) Área del triángulo en función de la de la esfera que lo contiene:  $T = \frac{A + B + C - 180^o}{720^o} S$

(5-4) Teorema de Legendre:  $A' = A - \frac{\varepsilon}{3}$   $B' = B - \frac{\varepsilon}{3}$   $C' = C - \frac{\varepsilon}{3}$

(5-14) Desarrollos de Weingarten-Puiseux:

$$\begin{aligned} x &= s \cdot \cos Z - \frac{s^3 \cos Z}{6 R_z \rho} + \dots \\ y &= s \cdot \sen Z - \frac{s^3 \sen Z}{6 R_z N} + \dots \\ z &= \frac{s^2}{2 R_z} - \frac{s^3}{4 R_z N} e^2 \sen 2\varphi \cos Z + \dots \end{aligned}$$

Fórmulas inversas de los desarrollos de Weingarten-Puiseux:

(5-15)  $s = \sqrt{(x^2 + y^2) \left[ 1 + \frac{x^2 + y^2}{3 R_z^2} - \frac{(x^2 + y^2)^2}{36 R_z^2} \left( \frac{\cos^2 Z}{\rho^2} + \frac{\sen^2 Z}{N^2} \right) \right]}$

(5-16)  $Z = \arctan \left[ \frac{y \cdot N (6 R_z \rho s - s^3)}{x \cdot \rho (6 R_z N s - s^3)} \right]$

(5-42) Convergencia de meridianos sobre la esfera de Jacobi:  $\tan \frac{\Delta Z}{2} = \frac{\sen \beta_M \tan \frac{\Delta \lambda'}{2}}{\cos \frac{\Delta \beta}{2}}$

(6-9) Escala entre longitud real S y longitud representada s:  $E = \frac{s}{S}$

(6-17) Coordenadas radiadas en función de orientaciones , cenitales y distancias:  $x = D_{H_i} \cos O_i = D_i \sen Z_i \cos O_i$   
 $y = D_{H_i} \sen O_i = D_i \sen Z_i \sen O_i$

(6-35) Convergencia de meridiano:  $\gamma = \Delta \lambda \sen \varphi \left[ 1 + \Delta \lambda^2 \frac{\cos^2 \varphi}{3} (1 + \tan^2 \varphi + 3\eta^2 + 2\eta^4) \right]$   $\eta = \cos \varphi \sqrt{\frac{e^2}{1 - e^2}}$

(6-37) Módulo de deformación lineal reducido en la UTM:  $K = K_0 \left[ 1 + \frac{N}{2\rho} \Delta \lambda^2 \cos^2 \varphi \right]$   
 El factor de reducción de escala  $K_0$ , tiene un valor fijo de 0,9996.

(8-1) Corrección meteorológica:  $D_l = d + C_m = d + d (n_s - n)$

(8-2)  $n = 1 + \left[ \frac{103,49 \cdot (p - e)}{t + 273,15} + \frac{86,26 \cdot e}{t + 273,15} \left( 1 + \frac{5748}{t + 273,15} \right) \right] \cdot 10^{-6}$

$$e = e' - 0,00066 \cdot [1 + 0,0015 \cdot t' \cdot p \cdot (t - t')]$$

$$\log e' = 26,12612 - \frac{3049,50}{t' + 273,15} - 5,8697 \cdot \log (t' + 273,15)$$

(8-3) Cálculo del desnivel entre A y B: 
$$h_B - h_A = \Delta h = D_I \cos Z - (m - i)$$

(8-4) Corrección por esfericidad: 
$$e = \frac{D_I^2}{2R_M}$$

(8-7) Corrección por refracción: 
$$r = \frac{D_I^2}{R_M} K$$

(8-11) Coeficiente de refracción: 
$$K = \frac{I}{2} + \frac{R_M}{2D} [180 - (Z_A + Z_B)] \frac{\pi}{180} \quad \text{ó} \quad K = \frac{I}{2} + \frac{R_M}{2D} [200 - (Z_A + Z_B)] \frac{\pi}{200}$$

(8-12) Corrección conjunta por esfericidad y refracción: 
$$e - r = 0,42 \frac{D_I^2}{R_M}$$

Corrección simplificada conjunta por esfericidad y refracción: 
$$e - r = \frac{D_I^2}{15} 10^{-6}$$

(8-13) Cálculo del desnivel con esfericidad y refracción: 
$$\Delta h = D_I \cos Z - (m - i) + 0,42 \frac{D_I^2}{R_M}$$

(8-16) Reducción del terreno a la cuerda: 
$$D_2 = \sqrt{\frac{D_I^2 - \Delta h^2}{\left(1 + \frac{h_A}{R_M}\right) \left(1 + \frac{h_B}{R_M}\right)}}$$

(8-18) Reducción de la cuerda al arco: 
$$s = D_2 + Ca \quad Ca = \frac{D_2^3}{24R_M^2}$$

(9-19) Ecuación fundamental del distanciómetro: 
$$D = \frac{\alpha}{4\pi} \lambda + n \frac{\lambda}{2}$$

Cálculo del ángulo reiterador: 
$$\alpha = \frac{400^g}{N \cdot n} \quad \text{ó} \quad \alpha = \frac{360^\circ}{N \cdot n}$$

(11-10) Cálculo del desnivel mediante cenitales recíprocas: 
$$\Delta h = D \tan \frac{1}{2} (Z_B - Z_A)$$

(11-12) Reducción al centro de estación: 
$$c^r = \frac{m-i}{D} \text{sen} Z' \quad \text{ó} \quad c^r = \frac{648000}{\pi} \frac{m-i}{D} \text{sen} Z'$$

(11-13) Gravedad normal: 
$$\gamma_0 = \gamma_e (1 + \beta \text{sen}^2 \varphi)$$

(11-16) Cota geopotencial: 
$$c = W_0 - WH = \sum_0^n g_i \cdot \Delta H_i$$

(11-20) Altura científica o rectificada: 
$$H^\gamma = \frac{W_0 - WH}{\gamma_m}$$

(11-21) Altura dinámica: 
$$H_D = \frac{W_0 - WH}{\gamma_{45^\circ}} = \frac{\sum g_i dh_i}{\gamma_{45^\circ}}$$

(12-5) Modelo de 7 parámetros de Molodensky:

$$\begin{bmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{me} \\ Y_{me} \\ Z_{me} \end{bmatrix} + (1+K) \cdot \begin{bmatrix} 1 & e_z & -e_y \\ -e_z & 1 & e_x \\ e_y & -e_x & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_e - X_{me} \\ Y_e - Y_{me} \\ Z_e - Z_{me} \end{bmatrix}$$

Fórmula estándar de Molodensky:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi'' &= \frac{648000}{\pi(\rho+h)} \operatorname{sen}\varphi \left[ -\Delta X \cos\lambda - \Delta Y \operatorname{sen}\lambda + \Delta Z \cot\varphi + \frac{\Delta a}{a} (N e^2 \cos\varphi) + \frac{\Delta f}{ab} (a^2 \rho + b^2 N) \cos\varphi \right] \\ \Delta\lambda'' &= \frac{648000}{\pi(N+h)\cos\varphi} [-\Delta X \operatorname{sen}\lambda + \Delta Y \cos\lambda] \\ \Delta h &= \Delta X \cos\varphi \cos\lambda + \Delta Y \cos\varphi \operatorname{sen}\lambda + \Delta Z \operatorname{sen}\varphi - \frac{\Delta a}{N} a + \frac{\Delta f}{a} b N \operatorname{sen}^2\varphi \end{aligned}$$

Fórmula abreviada de Molodensky:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi'' &= \frac{648000}{\pi\rho} \operatorname{sen}\varphi [-\Delta X \cos\lambda - \Delta Y \operatorname{sen}\lambda + \Delta Z \cot\varphi + 2(a\Delta f + f\Delta a) \cos\varphi] \\ \Delta\lambda'' &= \frac{648000}{\pi N \cos\varphi} [-\Delta X \operatorname{sen}\lambda + \Delta Y \cos\lambda] \\ \Delta h &= \Delta X \cos\varphi \cos\lambda + \Delta Y \cos\varphi \operatorname{sen}\lambda + \Delta Z \operatorname{sen}\varphi + (a\Delta f + f\Delta a) \operatorname{sen}^2\varphi - \Delta a \end{aligned}$$